Physik Formeln

4. Juli 2004

1 Kinematik

Translationsbewegung	**Kreisbewegung**	**Bahngrößen**
Ortsvektor: r	Winkelweg: φ	Weg: $s = \varphi \times r$
Geschwindigkeit: $v = \frac{dv}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	Bahngeschwindigkeit: $v = \omega \times r$
Beschleunigung: $a = \frac{dv}{dt}$	Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Bahnbeschleunigung: $a = \alpha \times r$
-	-	Zentripetalbeschleunigung: $a_{Zp} = -r_0 \frac{v^2}{r} = -\omega^2 r$

1.1 Integration der Bewegungsgleichungen

Bewegung im Zeitintervall $t = 0$ bis t_e. Statt $t_e$ist auch die Zeit als fortlaufende Variable möglich.

$v(t_e) = v_0 + \int_0^{t_e} a(t)dt$	$\omega(t) = \omega_0 + \int_0^{t_e} a(t)dt$
$r(t_e) = r_0 + \int_0^{t_e} v(t)dt$	$\varphi(t) = \varphi_0 + \int_0^{t_e} \omega(t)dt$

Spezialfall: konstante Beschleunigung $a = const.$ **und Beginn bei** $t = 0$.

$v(t_e) = v_0 + a(t_{end} - t_{anf})$	$\omega(t_e) = \omega_0 + at_e$
$r(t_e) = r_0 + v_0 t_e + \frac{1}{2}at_e^2$	$\varphi(t_e) = \varphi_0 + \omega_0 t_e + \frac{1}{2}at_e^2$

2 Dynamik

$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt} = ma + v\frac{dm}{dt}$ (d.h für $m = const.$ gilt: $F = ma$)

Das Integral wird als *Kraftstoß* bezeichnet:

$p(t_1) - p(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} F(t)dt$

Gewichtskraft: $F = ma$	Reibungskraft: $F = \mu F_N$	Federkraft: $F = Dx$
Trägheitskraft: $F = ma$	Zentripetalkraft: $F = -m\omega^2 r$	Corioliskraft: $F_C = m2v \times \omega$

2.1 D'Alembertsches Prinzip:

$$\sum F_{Antrieb} = \sum F_{Reibung} + \sum F_{Trgheit}$$

(Festlegung der Kraftrichtung anhand eines Zählpfeils)

2.2 Arbeit

$dW = -F \circ ds$ (Skalarprodukt aus Kraft und Weg $\Rightarrow$nur Kraftkomponente längs des Weges)

2.3 Stoßprozesse

2.3.1 Impulssatz

$$\sum Impulse_{vorStoss} = \sum Impulse_{nachStoss} \Rightarrow p_1 + p_2 = p_1^{'} + p_2^{'}$$

Ansatz für die Impulserhaltung beim Stoßprozeß kommt vor dem Ansatz für die Energieerhaltung, da nicht alle Energieformen direkt erkannt/berechnet werden können!

2.3.2 Energiesatz

$$\sum Energie_{vorStoss} = \sum Energie_{nachStoss} \Rightarrow E_1 + E_2 = E_1^{'} + E_2^{'} + \Delta E$$

3 Dynamik der Drehbewegung

3.1 Drehimpuls

$$L = r \times p = J\omega$$

$J = mr^2$ist das Massenträgheitsmoment eines Massenpunktes im Bezug auf seine Drehachse im Abstand r.

3.2 Dynamisches Grundgesetz der Rotation für eine Punktmasse m

($\equiv$2. Newton'sches Axiom $\frac{dp}{dt} = F$)

$$\frac{dL}{dt} = r \times F = M = J\alpha$$

3.2.1 Rotationsenergie eines Massepunktes

$$E = \frac{1}{2}J\omega^2$$

3.2.2 Arbeit unter der Wirkung eines Drehmomentes (Skalarpodukt!)

$$dW = -M \circ dj$$

3.3 Stoßprozesse

3.3.1 Drehimpulssatz

$$\sum Drehimpulse_{vorStoss} = \sum Drehimpulse_{nachStoss} \Rightarrow L_1 + L_2 = L_1^{'} + L_2^{'}$$

Der Ansatz für die Drehimpulserhaltung kommt *vor* dem Ansatz für die Energieerhaltung, weil auch hier (vgl. Impulssatz Translation) nicht alle auftretenden Energieformen direkt erkannt werden, oder berechbar sind!

3.3.2 Energiesatz

$$\sum Energie_{vorStoss} = \sum Energie_{nachStoss} \Rightarrow E_1 + E_2 = E_1^{'} + E_2^{'} + \Delta E$$

3.3.3 D'Alembert'sches Prinzip für die Rotation

Die Antriebs-, Trägheits- und Widerstandskräfte werden über den jeweils wirksamen Hebelarm zu den entsprechenden Momenten

$$\sum_i^n M_{Antrieb_i} = \sum_k^n M_{Traege_k} + \sum_l^n M_{Widerstand_l}$$

4 Hydrostatik

Stoffeigenschaften:

- Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$
- Kompressibilität einer Flüssigkeit: $\varkappa = -\frac{dV}{V dp}$

In der Physik wird die Fläche A als Vektor dargestellt. Der$A$-Vektor steht senkrecht auf der Fläche und zeigt stets nach außen.

Druck: $p = \frac{F}{A}$ (in Pa oder bar). Oberflächenspannung $s = \frac{dW}{dA}$

4.1 Hydrostatischer (Boden)druck

Der Druck einer Flüssigkeitssäule der Höhe h (im statischen Fall ist der Druck überall konstant)

$$p = \rho g h$$

Die $Auftriebskraft$ =der vom Körper verdrängten Flüssigkeit
Arbeit durch Volumenänderung dV unter dem Druck p:

$$dW = -pdv$$

5 Strömungslehre

5.1 Kontinuitätsgleichung

Inkompressibiliät vorausgesetzt, muß das Volumen $V_1 = A_1 v_1 \Delta t$ mit dem Volumen $V_2 = A_2 v_2 \Delta t$ identisch sein.

5.2 Bernoulli-Gleichung

In strömenden Medien ist der Druck *nicht* überall gleich. Es gilt die *Bernoulli-Gleichung*.

> In jedem Strömungsbereich ist die Summe aus statischem und dynamischem Druck konstant. In Bereichen mit hoher Strömungsgeschwindigkeit ist der statische Druck kleiner als in Gebieten mit geringerem v. Der dynamische Druck geht stets zu Lasten des statischen Druckes.[1]

Der hydrostatische (Schweredruck) zählt auch zum statischen Druck, so daß die Bernoulli-Gleichung lautet:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

5.3 Rückstoßkraft

Rückstoßkraft einer mit der Geschwindigkeit v strömenden Flüssigkeit: $F = v\frac{dm}{dt}$

5.4 Strömung in realen Flüssigkeiten

5.4.1 Reibungskraft in einer Flüssigkeit

(η= Viskosität; dynamische Zähigkeit)

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dy}$$

5.4.2 Strömungsreibungskraft

$$F_R = c_R \eta \cdot Kontaktflaeche \cdot \frac{\Delta v}{\Delta r}$$

mit $\frac{\Delta v}{\Delta r}$ =Gefälle der gemittelten Geschwindigkeit; c_R =Reibungswiderstandsbeiwert

5.4.3 Druckwiderstandskraft

$$F_D = c_D \cdot QuerschnittsflcheAngestroemterKoerper \cdot dynDruck$$

mit c_D =Druckwiderstandsbeiwert

5.4.4 Strömungswiderstandskraft

$$F_W = F_R + F_D = c_W A_{quer} \rho \frac{v^2}{2}$$

mit c_w =Strömungswiderstandsbeiwert ("c_w-Wert")

5.4.5 Reynoldszahl *Re*

Das Verhältnis aus $\frac{F_D}{F_R}$ wird durch die dimensionslose *Reynoldszahl Re* beschrieben:

$$Re = \frac{c_D A_{quer} R}{c_R A_{Kontakt}} v \frac{\rho}{\eta} = Lv\frac{\rho}{\eta}$$

Die *kritische Reynoldszahl* Re_{krit} beschreibt den Umschlag von laminarer in turbulente Strömung. Für $Lv\frac{\rho}{\eta} < Re_{krit}$ ist die Strömung *laminar,* für größere Werte *turbulent.*

[1] z.B. Zerstäuber

6 Thermodynamik

- absolute Temperatur: $T = (273,2 + \vartheta)K$
- Gleichverteilungssatz: $E_{therm} = \frac{1}{2} fkT$

6.1 Ideale Gasgleichung

	Ideale Gasgleichung
$pV = NkT$	Teilchenzahlbezogen, $N = nN_A$, Avogadrosche Zahl $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{Teilchen}{mol}$
$pV = nN_AkT$	n =Molzahl (Molbruch), $N_Ak = R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{J}{kmol \cdot K}$ =allgemeine Gaskonstante
$pV = nRT$	m =Masse Gas $= Nm_m = nN_Am_m = nM$, Molmasse $M = N_Am_m$(mit m_m =Atommasse)
$pV = mR_iT$	$R_i = \frac{R}{M}$ =spezifische Gaskonstante (abwiegen von Gasen in der Technik)

- Dichte eines Gases: $p = \frac{m}{V}$ mit der Gasgleichung berechnet.

6.2 Boltzmannfaktor

$$\frac{N_1}{N_0} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$$

6.3 Arbeit zum Komprimieren eines Gasvolumens um dV:

$$dW = -pdV$$

6.4 Die innere Energie U

Die innere Energie U der N-Teilchen mit $Nfk\frac{T}{2} = nRf\frac{T}{2}$ ist nur von Teilchenzahl und Temperatur abhängig.

$$dU = dQ + dW$$

6.5 Molare Wärmekapazität C_V, C_p

Wie viel Wärme muß zugeführt werden, damit die Temperatur um dT ansteigt: $\frac{dQ}{dT} = C$

- Gas dehnt sich *nicht* aus ($V = const$, $dW = 0$) ⇒1. Hauptsatz : $dU = dQ$

$$\frac{dQ}{dT} = C_V = n\frac{1}{2}fR$$

- Gas *dehnt* sich unter *konstantem Druck* aus. ⇒1. Hauptsatz & Zustandsgleichungen

$$\frac{dQ}{dT} = C_p = nR\left(\frac{1}{2}f + 1\right)$$

Der Index der Molaren Wärmekapazität bezieht sich also auf die konstante Randbedingung.

6.5.1 Normierungen von C

$n = 1(k)mol$ liefert die *molaren Wärmekapazitäten.* Einheit: $\frac{J}{(k)mol \cdot K}$

$c_{vmol} = R\frac{f}{2}$ Wert: $12,47\frac{kJ}{kmol \cdot K}$	$c_{pmol} = R\left(\frac{f}{2} + 1\right)$ Wert: $20,8\frac{kJ}{kmol \cdot K}$

6.6 Spezifische Wärmekapazität

Normierung auf die Masse $1(k)g$, liefert die *spezifische Wärmekapazität c.* $[c] = \frac{J}{(k)g \cdot K}$

Bei Festkörpern wird nicht zwischen c_v und $c_p$unterschieden, da ihre Volumenausdehnung sehr klein ist.

6.7 Zustandsänderungen des idealen Gases

Poisson'sche Gleichungen (werden in Prüfung angegeben): $p_1V_1^{\varkappa} = p_2V_2^{\varkappa}$; $T_1V_1^{\varkappa-1} = T_2V_2^{\varkappa-1}$; $p_1^{1-\varkappa}T_1^{\varkappa} = p_2^{1-\varkappa}T_2$.

6.8 Wirkungsgrad η von thermodynamischen Prozessen

Der Wirkungsgrad η eines thermodynamischen Prozesses ist durch das Verhältnis von Ergebnis zu Aufwand definiert:

$$\eta = \frac{W}{Q_{zu}} = \frac{P}{\frac{dQ}{dt}} \cdot \eta_c = \frac{T_3 - T_1}{T_3} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

6.8.1 Leistungsziffer

- Leistungsziffer Wärmepumpe: $\epsilon = \frac{T_3}{T_3 - T_1} = \frac{1}{\eta}$
- Leistungsziffer Kühlschrank: $\epsilon = \frac{T_1}{T_3 - T_1}$

6.9 Wärmetransport

- Wärmeleitung: $\frac{dQ}{dt} = A\lambda \frac{d\vartheta}{dx}$
- Wärmewiderstand: $R_{therm} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{dQ}{dt}} = \frac{l}{\lambda A}$
- Wärmeübergang: $\frac{dQ}{dt} = A\alpha(\vartheta_1 - \vartheta_2)$
- Wärmedurchgang: $\frac{dQ}{dt} = Ak(\vartheta_1 - \vartheta_2)$; $\frac{1}{k} = (\frac{1}{\alpha_e} + \frac{l}{\lambda_1} + \frac{l}{\lambda_2} + \frac{l}{\lambda_3} + \cdots + \frac{1}{\alpha_a} \cdots)$

6.9.1 Serienschaltung des Wärmewiderstandes

$$R_{Ges} = \sum_{i=1}^{n} R_{i_{therm}}$$

6.9.2 Wärmestrahlung

Die Nettostrahlungsleistung für einen Strahler der Fläche A, der Strahlertemperatur T_S, in einer Umgebung mit der Temperatur T_U, ist:

$$P_{netto} = esA\left(T_S^4 - T_U^4\right)$$

7 Meßwertbehandlung („Fehlerrechung")

Messen einer Größe G: wie oft ist die durch ein Normal verkörperte Einheit [G] in der Größe enthalten $\{G\} = \frac{G}{[G]}$. Die Bestimmung der Maßzahl ist mit Meßunsicherheiten (Meßfehlern) behaftet. Fehlerarten:

- korrigierbare Fehler
- nichtkorrigierbare, systematische Fehler mit unbekanntem Einfluß; im folgenden wird die Behandlung von *statistischen Abweichungen* behandelt.

7.1 Klasseneinteilung

Meßwerte in bestimmten (z.B. Längen)intervallen werden *Z-Klassen* zugeordnet. Die Breite eines Meßwertintervalls beträgt $\frac{Wert_{max}}{Wert_{min}} \cdot Z$. $Wert_{max}$ und $Wert_{min}$ sind „sinnvolle Extrema" der Meßwertvorkommen; extreme „Ausreißer" werden nicht berücksichtigt. Empfehlung für die *Anzahl der Klassen Z*: $Z \approx \sqrt{N}$ jedoch muß Z ungerade sein.

Für eine sehr große Anzahl von Messungen $N \to \infty$ wird aus dem Histogramm die *Gauß'sche Normalverteilung.* Dabei geht die Standardadweichung s über in σ und $\bar{l}$ geht über in l_w.

$$h(l) = \frac{1}{\sqrt{2ps^2}} \exp\left(-\frac{\left(l - \bar{l}\right)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Die Wurzel im Vorfaktor dient zur Normierung, damit $\int_{l=-\infty}^{l=\infty} h(l)dl = 1$ wird. Unter dem gesamte Integral liegen 100% der Meßwerte, im

- Intervall von $l_w - \sigma$ bis $l_w + \sigma$ liegen 68,3% aller Meßwerte.
- Intervall von $l_w - 2\sigma$ bis $l_w + 2\sigma$ liegen 95,4% aller Meßwerte.
- Intervall von $l_w - 3\sigma$ bis $l_w + 3\sigma$ liegen 99,5% aller Meßwerte.

7.2 Wichtige Formeln

- *arithmetisches Mittel*: Beste Näherung an den gesuchten Wert unter der Annahme, daß Meßwertüberschreitungen und -unterschreitungen gleich häufig sind

$$\overline{G} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G_i$$

- *minimale quadratische Fehlersumme.* Summiert alle Abweichungen unabhängig vom Vorzeichen der Abweichung in Bezug auf den Mittelwert.

$$QS_{min} = \sum_{i=1}^{N}(\overline{G} - G_i)^2$$

- *Standardabweichung.* Die Standardabweichung charakterisiert die Güte des Meßverfahrens, sie bleibt auch für große N endlich. Sie wird dadurch nur genauer bestimmt.

$$s = \sqrt{\frac{QS_{min}}{N-1}}$$

- *Standardabweichung des Mittelwerts $\Delta\overline{G}$.* Sie geht für große N gegen 0.

$$\Delta\overline{G} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

- *Ergebnisdarstellung.* Mit wenigen Wiederholungsmessungen N wird die Angabe der Standardabweichung des Mittelwertes unsicher, deshalb muß das Intervall um die Standardabweichung des Mittelwertes mit dem *Gosset-Koeffizienten* t_p vergrößert werden.

$$G_p = \overline{G} \pm t_p \Delta\overline{G}$$

Vertrauensbereich	$N = 3$	$N = 5$	$N = 10$	$N = 50$	$N = 100$
1x	$t_p = 1,3$	$t_p = 1,11$	$t_p = 1,06$	$t_p = 1,01$	$t_p = 1,00$
2x	$t_p = 4,3$	$t_p = 2,78$	$t_p = 2,25$	$t_p = 2,01$	$t_p = 1,98$
3x	$t_p = 14,1$	$t_p = 5,59$	$t_p = 3,69$	$t_p = 2,94$	$t_p = 2,87$

Inhaltsverzeichnis